

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Igazolja, hogy $3(4-5i) + 5i(3+2i) = 2$, ahol $i^2 = -1$. |
| 5p | 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 4$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x + a$ függvények, ahol a valós szám. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $(g \circ f)(1) = 1$. |
| 5p | 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_2(6x - x^2) = \log_2(4 + x)$ egyenletet! |
| 5p | 4. Adott az $A = \{3, 4, 5, 7, 9\}$ halmaz. Határozza meg hány kétjegyű, különböző számjegyekből álló páratlan természetes szám képezhető az A halmaz elemeivel! |
| 5p | 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0, 2)$ és $B(6, 4)$ pontok. Határozza meg annak a C pontnak a koordinátáit, amelyre $\overrightarrow{2AC} = \overrightarrow{OB}$. |
| 5p | 6. Adott az A -ban derékszögű ABC háromszög, ahol $AB = 4$ és a háromszög köré írt kör sugara 4 . Igazolja, hogy az ABC háromszög területe $8\sqrt{3}$. |

II. FELADATSOR

(30 pont)

- | | |
|----|--|
| | 1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 2a \\ a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -a \end{pmatrix}$ mátrix és az $\begin{cases} ax + y + 2az = a + 1 \\ ax + y = 0 \\ x + y - az = -1 \end{cases}$ egyenletrendszer, ahol a valós szám. |
| 5p | a) Igazolja, hogy $\det(A(2)) = 4$. |
| 5p | b) Ha $a = 1$, igazolja, hogy az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van! |
| 5p | c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az egyenletrendszernek az (x_0, y_0, z_0) egyetlen megoldása és $x_0 = a$. |
| | 2. Adott az $f = X^4 - 3X^3 + X^2 - 2X + m$ polinom, ahol m valós szám. |
| 5p | a) $m = 3$ esetén igazolja, hogy $f(1) = 0$. |
| 5p | b) Határozza meg azokat az m valós számokat, amelyekre $(x_1 x_2 x_3 x_4)^2 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 1$, ahol x_1, x_2, x_3 és x_4 az f polinom gyökei! |
| 5p | c) Ha $m = 0$, határozza meg azokat az a valós számokat, amelyekre az f polinomnak az $X - a$ polinommal való osztási maradéka a . |

III. FELADATSOR

(30 pont)

- | | |
|----|---|
| | 1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 6}{\sqrt{x^2 + 1}}$ függvény. |
| 5p | a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{x(x^2 - 4)}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Határozza meg az f függvény grafikus képének $x = 0$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét! |
| 5p | c) Igazolja, hogy $f(7x) - f(x) \leq 2\sqrt{2}$, bármely $x \in [0, 1]$ esetén! |

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 1 + e^{2x}$ függvény.

5p a) Igazolja, hogy $\int_0^3 (f(x) - e^{2x}) dx = 24$.

5p b) Igazolja, hogy $\int_0^1 4x(f(x) - 3x^2 + 1) dx = e^2 + 1$.

5p c) Bizonyítsa be, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x \frac{f(t)}{t+1} dt = 1$.