



Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”

Etapa județeană

08 martie 2025

X. osztály - H2 - Természettudomány

1. feladat.

Egy teljes egészében vízzel borított bolygó, egy 360 napos év alatt teljes keringést ír le csillaga körül. A bolygón lévő víz átlagos hőmérséklete az év n -edik napján, Celsius-fokban kifejezve, a $T(n) = \frac{100}{3} + \frac{200 \cdot \sin(n^\circ)}{3}$ képlettel adható meg, ahol $n \in \{1, 2, 3, \dots, 360\}$.

- a) Az év hány napján van befagyva a bolygó tudva azt, hogy a víz 0°C -on fagy meg?
- b) Mennyivel egyenlő a bolygón található víz éves átlagos maximális hőmérséklete?

2. feladat.

- a) Határozd meg az $A = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \sqrt{n^2 + n + 15} \in \mathbb{Q} \right\}$ halmazt!
- b) Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_{\frac{x}{2}} 8 + \log_{\frac{x}{4}} 8 \leq \frac{\log_2 x^4}{\log_2 x^2 - 4}$ egyenlőtlenséget!

3. feladat.

- a) Igazold az $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}{\sqrt{xyz}}$, $\forall x, y, z \in (0, +\infty)$ egyenlőtlenséget!
- b) Legyen a , b és c három nemnulla, azonos modulusú komplex szám. Igazold, hogy $a + b + c = 0$ akkor és csak akkor, ha $ab + bc + ca = 0$.

4. feladat.

Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = \log_7(6^x + 1)$ függvény.

- a) Igazold, hogy az f függvény invertálható és határozd meg inverz függvényét!
- b) Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_7(6^x + 1) = \log_6(7^x - 1)$ egyenletet!

Gazeta Matematică 12/2024 (Supliment)

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk.