

**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”****Etapa județeană****08 martie 2025****Clasa a X –a – Secțiunea H2 - Profil real, specializarea științe ale naturii****Subiectul 1**

O planetă acoperită în întregime de apă descrie o rotație completă în jurul stelei sale într-un an de 360 de zile. Temperatura medie a apei de pe planetă în cea de-a  $n$ -a zi a anului, exprimată în grade Celsius, este dată de formula  $T(n) = \frac{100}{3} + \frac{200 \cdot \sin(n^\circ)}{3}$ , unde  $n \in \{1, 2, 3, \dots, 360\}$ .

- a) În câte zile ale unui an este planeta înghețată, știind că apa îngheață la  $0^\circ C$  ?  
b) Care este temperatura medie maximă a apei de pe acea planetă de-a lungul unui an?

**Subiectul 2**

- a) Determinați mulțimea  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid \sqrt{n^2 + n + 15} \in \mathbb{Q}\}$ .  
b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $\log_{\frac{x}{2}} 8 + \log_{\frac{x}{4}} 8 \leq \frac{\log_2 x^4}{\log_2 x^2 - 4}$ .

**Subiectul 3**

- a) Demonstrați inegalitatea  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}{\sqrt{xyz}}$ ,  $\forall x, y, z \in (0, +\infty)$ .  
b) Fie  $a, b$  și  $c$  trei numere complexe nenule având același modul. Arătați că  $a + b + c = 0$  dacă și numai dacă  $ab + bc + ca = 0$ .

**Subiectul 4**

Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = \log_7(6^x + 1)$ .

- a) Arătați că funcția  $f$  este inversabilă și determinați inversa sa.  
b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_7(6^x + 1) = \log_6(7^x - 1)$ .

*Gazeta Matematică 12/2024 (Supliment)*

**Timp de lucru: 3 ore.****Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.**