

**Examenul național de bacalaureat 2025**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Varianta 3**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. ELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Az  $(a_n)_{n \geq 1}$  számtani haladványban  $a_1 = 3$  és  $a_2 = 9$ . Határozza meg az  $a_3$ -at!
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 5$  függvény. Igazolja, hogy  $f(3) + f(2) + f(0) = 0$ .
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{9x - 5} = 2$  egyenletet!
- 5p** 4. Egy termék ára egy 30% -os árcsökkentés után 56 lej. Határozza meg a termék árcsökkentés előtti árát!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(0,1)$ ,  $B(5,6)$  és  $C(7,2)$  pontok. Igazolja, hogy  $AB = AC$ !
- 5p** 6. Igazolja, hogy  $(\sin 30^\circ + 3 \cos 60^\circ) \cdot (\sin 45^\circ)^2 = 1$ .

**II. ELADATSOR**

**(30 pont)**

1. Adottak az  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  és  $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ -1 & 2x \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det A = 5$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $A + 3I_2 = 2B(1)$ .
- 5p** c) Határozza meg azokat az  $x$  valós számokat, amelyekre  $\det(B(2x) - B(x) \cdot A) = x^2$ .
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = xy - 8x - 8y + 8$  műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $0 * 1 = 0$ .
- 5p** b) Határozza meg azt az  $x$  valós számot, amelyre  $x * 2 = 2x$ .
- 5p** c) Határozza meg az  $(m, n)$  természetes számpárokat, ha  $m < n$  és  $(8 + m) * (8 + n) = 2$ .

**III. ELADATSOR**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{4x+7}{x+4}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{9}{(x+4)^2}$ ,  $x \in (-4, +\infty)$ .
- 5p** b) Határozza meg az  $f$  függvény vízszintes aszimptotájának egyenletét a  $+\infty$  felé!
- 5p** c) Határozza meg az  $a \in (-4, +\infty)$  értékét, tudva azt, hogy az  $f$  függvény grafikus képéhez az  $A(a, f(a))$  pontban húzott érintő iránytényezője 1.
2. Adott az  $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + \sqrt{x+3}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\int_1^2 (f(x) - \sqrt{x+3}) dx = 3$ .
- 5p** b) Igazolja, hogy  $\int_1^6 \frac{1}{f(x) - 2x} dx = 2$ .
- 5p** c) Igazolja, hogy annak a testnek a térfogata, amely a  $g: [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{x}{f(x) - 2x}$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli forgatásakor keletkezik  $9\pi \ln 3$ .